

EXERCICE 1:

Déterminer le réel x pour que $(x+1)$, $(x+7)$ et $(x+31)$ soit dans cette ordre trois termes consécutifs d'une suite géométrique

EXERCICE N°2

I- Soit U une suite géométrique de premier terme U_1 et de raison q tel que
$$\begin{cases} q < -1 \\ u_1 + 2u_2 + u_3 = 8 \\ u_1 u_2 u_3 = -216 \end{cases}$$

1-Calculer U_1 et q

2-Montrer que $U_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$

3-Déterminer n pour que $\sum_{k=1}^n u_k = 122$

II- Soit V la suite définie sur \mathbb{N}^* par :
$$\begin{cases} v_1 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

1- Calculer V_2 et V_3

2- On pose pour tout non nul $W_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{2}{9}$

a- Montrer que W est une suite géométrique déterminer sa raison

b- Exprimer W_n en fonction de n

EXERCICE 3:

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 3 \end{cases}$$

1- Calculer U_1 et U_2 puis vérifier que la suite U ni arithmétique ni géométrique

2- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n < 5$

3- On définit la suite V sur \mathbb{N} par : $V_n = U_n - 5$

a) Montrer que V est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

c) Donner $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ puis déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

d) Calculer en fonction de n : $S = \sum_{k=0}^n V_k$ puis $S' = \sum_{k=0}^n U_k$

EXERCICE 4:

Soit la suite u_n définie par $u_0 \in [0, 2]$ et $u_{n+1} = \frac{2+8u_n}{7+u_n}$

1- Montrer que si $u_0 = 2$ alors la suite u est constante

2- On suppose que $u_0 \in [0, 2[$

a- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $u_n \in [0, 2[$

b- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $u_{n+1} > u_n$

3- Soit v la suite définie par : $v_n = \frac{-2+u_n}{1+u_n}$

a- Montrer que v est une suite géométrique



- b- Exprimer v_n en fonction de n et u_0 , en déduire l'expression de u_n en fonction de n et u_0
 c- Donner $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$, calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

EXERCICE 5:

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_0=2$ et $U_{n+1}=3U_n-(n^2+n)$ pour tout n dans \mathbb{N}

- 1- Calculer U_1 et U_2 . En déduire que U est ni arithmétique ni géométrique
- 2- Soit la suite V définie par : $V_n=U_n-\frac{1}{2}n^2-n-\frac{3}{4}$
 - a- Montrer que la suite V est géométrique et préciser sa raison puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$
 - b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
- 3-
 - a- Calculer la somme $S=\sum_{k=0}^n v_k$ en fonction de n
 - b- Montrer par récurrence que pour tout n entier naturel on a :

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
 - c- En déduire la somme $S'=\sum_{k=0}^n u_k$ en fonction de n

Exercice 6:

On définit la suite U définie sur \mathbb{N}^* par : $\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=\frac{n+1}{2n} u_n ; n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

- 1- Calculer u_2 et u_3 . Vérifier que u n'est ni arithmétique ni géométrique
- 2- Pour $n \in \mathbb{N}^*$ on définit la suite v par : $v_n = \frac{u_n}{n}$
 - a) Montrer que v est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ dont-on précisera son premier terme
 - b) Ecrire v_n à l'aide de n puis montrer que $u_n = \frac{2n}{2^n}$
 - c) donner $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$. Exprimer à l'aide de n la valeur de $S_n = \sum_{k=1}^n v_k$, puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

